

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АСИНХРОННОГО ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЯ С ФАЗНЫМ РОТОРОМ

Омельченко Е.Я.

ООО НТЦ «Приводная техника» (г. Челябинск)

Представлены основные уравнения, разработана структурная схема математической модели трехфазного асинхронного двигателя с фазным ротором, позволяющая рассчитывать переходные процессы в электродвигателе и электроприводе с учетом насыщения и вихревых токов в зубцах статора и ротора. Модель реализована с помощью программного пакета MATLAB 6. Представлены кривые переходных процессов пуска двигателя с вентиляторной нагрузкой.

Регулируемый электропривод (ЭП) переменного тока становится самым распространенным, существенно потеснив позиции ЭП постоянного тока. Современные транзисторные преобразователи частоты, тиристорные устройства плавного пуска на базе микропроцессорных устройств надежно и качественно управляют асинхронными и синхронными двигателями. Реостатное регулирование, асинхронно-вентильные каскады, индукционные регуляторы широко используются для управления асинхронными двигателями с фазным ротором. Развитие альтернативного направления в теории управления на основе вычислительных технологий искусственных нейронных сетей и генетических алгоритмов глобальной оптимизации позволят существенно улучшить существующие алгоритмы и развить новые направления.

Поэтому разработка математической модели асинхронного электродвигателя, позволяющей максимально возможно учесть механизм электромагнитомеханического пространственного преобразования и управления энергией трехфазного переменного тока в механическую энергию с возможностью формирования электромеханических обратных связей является актуальной научно-технической задачей, для решения которой современные вычислительные средства не вносят каких-либо ограничений.

1. Постановка задачи исследования.

Существующие математические модели разработаны в основном в двухфазном варианте для сосредоточенных обмоток статора и ротора, учитывается только основная гармоника напряжения, тока, потокосцепления, практически не учитывается насыщение магнитной цепи и наведенные вихревые токи [1,2].

Исходные положения для разработки математической модели асинхронного электродвигателя с фазным ротором:

1. Обмотки статора и ротора распределены по пазам и состоят из нескольких катушечных групп. В пространственной волне магнитодвижущих сил необходимо учитывать эти особенности обмоток.

2. Учет насыщения магнитной системы проводится по цепи «зубец статора-зазор-зубец ротора».

3. Не учитываются зубцовые пульсации потока при вращении двигателя.

4. Контуры вихревых токов представлены короткозамкнутыми витками в каждом зубце.

5. Индуктивности потоков рассеяния статорных и роторных обмоток считать постоянными и не зависящими от насыщения основной магнитной цепи.

6. Расчет основных переменных ведется в абсолютных величинах.

7. Имеется возможность изменять активное сопротивление роторной обмотки в функции частоты вращения ротора.

8. В качестве входного воздействия, приложенного к фазам статора и ротора, используются напряжения любой амплитуды, формы, частоты, фазы.

9. Выходные координаты для контроля и внешнего управления:

- токи статора и ротора (I_s , I_r);
- электромагнитный момент ротора (m_r);
- угловая скорость вращения и угол поворота ротора (ω , θ).

10. Внутренние координаты для контроля:

- магнитодвижущие силы, индукции и вихревые токи в зубцах статора и ротора (F , B , F_v);
- потокосцепления и ЭДС статорных и роторных обмоток (Ψ , E);

- потери в меди статора и ротора, потери на вихревые токи ($\Delta P_{M1}, \Delta P_{M2}, \Delta P_V$).
11. Возмущающие воздействия:
- реактивный момент сопротивления от трения в подшипниках (Δm);
 - момент сопротивления от рабочего механизма (m_c);
 - температура обмоток статора и ротора (t).

2. Исходные уравнения для модели.

2.1. Электрические цепи фаз статора и ротора описываются уравнениями

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{U}_s &= R_s \mathbf{I}_s + L_s \frac{d\mathbf{I}_s}{dt} + \frac{d\boldsymbol{\Psi}_s}{dt}, \\ \mathbf{U}_r &= (R_r + R_d) \mathbf{I}_r + L_r \frac{d\mathbf{I}_r}{dt} + \frac{d\boldsymbol{\Psi}_r}{dt}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где: $\mathbf{U}, \mathbf{I}, \boldsymbol{\Psi}$ - обобщенные векторы напряжения, тока и потокосцепления статорных (s) и роторных (r) обмоток;

R, L - активное сопротивление и индуктивность потоков рассеивания обмоток.

2.2. Магнитодвижущие силы в зубцах.

Для расчета магнитодвижущих сил (МДС) в зубцах статора или ротора необходимо предварительно рассчитать пространственные волны намагничивающих сил фазных обмоток $\mathbf{Q}(\varphi)$ в зависимости от угловой функции дуги статора или ротора φ [2]. Для большинства АД с целью исключения зубцовых пульсаций магнитного потока выполняется скос пазов статорной или роторной обмотки на одно зубцовое деление. Поэтому пространственную обмоточную функцию можно рассчитать как линейный интеграл линейной плотности поверхностных токов обмотки $A(\varphi)$, причем линейную плотность для фазы принимаем постоянной на зубцовом делении ΔZ .

Суммарная магнитодвижущая сила в заданной точке магнитной системы, определяющая, в конечном случае, величину индукции, зависит от углового расположения трех обмоток статора и трех обмоток ротора по отношению к этой точке. В связи с этим МДС для зубцов принимает вид произведения трехмерных токов статора и ротора на соответствующие коэффициенты

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{F}_{si} &= W_s (\mathbf{I}_s \times \mathbf{C}_{si}) - W_r (\mathbf{I}_r \times S_{rj}(\theta)), \\ \mathbf{F}_{rj} &= W_s (\mathbf{I}_s \times R_{sj}(\theta)) - W_r (\mathbf{I}_r \times \mathbf{K}_{rj}) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где: $\mathbf{F}_{si}, \mathbf{F}_{rj}$ - МДС в центре i-зубца статора и j-зубца ротора;

$\mathbf{C}_{si}, \mathbf{K}_{rj}$ - значения пространственных обмоточных функций для зубцов статора и ротора, соответственно;

$S_{ri}(\theta), R_{sj}(\theta)$ - гармонические коэффициенты влияния токов обмоток ротора на МДС статора и наоборот;

θ - угол поворота ротора, рад.

2.3. Индукция в зубцах.

Расчет индукции и учет насыщения магнитной цепи зубца проводится в относительных величинах [3] в функции от магнитодвижущей силы

$$b(f) = K_1 \cdot f + K_2 \cdot \text{sign}(f) \cdot (1 - \exp(-K_3 \cdot \text{abs}(f))), \quad (3)$$

где: $f = F / F_H$ - относительное значение МДС;

$F_H = I_{1H} * W_1$ - номинальная МДС, А;

B_H - номинальное значение индукции, соответствующее F_H , В·с/м²;

K_1, K_2, K_3 - коэффициенты, определяющие форму $b(f)$.

Для примера универсальная кривая намагничивания машин серии ДП описывается коэффициентами: $K_1 = 0,139$; $K_2 = 0,94$; $K_3 = 2,47$.

2.4. Вихревые токи

Изменяющийся магнитный поток зубца наводит ЭДС в стальных пластинах магнитопровода, заставляя протекать вихревой ток, который, в свою очередь, влияет на исходную МДС зубца. Магнитный поток зубца

$$\Psi_i = \int_0^{\Delta Z} B(s) ds \approx L_m \cdot \Delta Z \cdot B_i$$

зависит от индукции в зубце и его геометрических размеров, поэтому величина вихревых токов в зубце статора (ротора) определяется передаточной функцией

$$W(p) = \frac{B}{Fv} = \frac{Lm \cdot \Delta Z / Rv}{1 + Tv \cdot p} p, \quad (4)$$

где: Rv – активное сопротивление контура вихревых токов статора (ротора), Ом;

Tv – постоянная времени контура вихревых токов, с;

Lm – длина пакета ротора, м;

ΔZ – длина дуги зубцового деления статора (ротора).

2.5. Электромагнитный момент.

Электромагнитный момент, развиваемый АД, рассчитывается на основании закона Ампера, описывающего электромагнитное взаимодействие тока в проводнике и индукции магнитного потока

$$dFm = I \times (B \cdot dl),$$

где dFm – механическая сила, действующая на проводник с током I , находящийся в магнитном поле с индукцией B на длине dl .

Поэтому электромагнитный момент ротора, создаваемый токами трех распределенных обмоток и электромагнитным полем, зависит от геометрических размеров ротора и определяется произведением трехмерным током роторной обмотки на n^2 -мерную индукцию зубцов с соответствующими коэффициентами

$$m_r = \frac{D \cdot L_m \cdot W_2}{2 \cdot q} (I_r \times (B_r \cdot K_m)) , \quad (5)$$

где: Km – коэффициент, учитывающий расположение витков роторной обмотки по отношению к зубцам;

D – диаметр окружности воздушного зазора, м.

2.6. Электродвижущая сила, наводимая в обмотках АД.

ЭДС, наводимая в распределенных обмотках, зависит от типа обмотки. ЭДС каждой катушечной группы определяется первой производной во времени от потокосцепления. Суммарная ЭДС на фазу зависит от ЭДС катушечных групп и схемы соединения обмотки.

Потокосцепление катушечной группы определяется площадью катушки и распределением индукции по этой площади. Для плоско-параллельного электромагнитного поля АД потокосцепление катушки

$$\Psi_k = W_k \int_0^s B(s) ds = W_k \cdot L_m \cdot \Delta Z \cdot \sum_{i=1}^Z (Bi \cdot Kei),$$

где: Kei – коэффициенты численного интегрирования функции с равноотстоящими точками [4];

ΔZ – шаг численного интегрирования, равный длине зубцового деления.

Суммарная ЭДС на фазу n -последовательно-соединенных катушек

$$E = \frac{d\psi}{dt} = W_K \cdot L_m \cdot \Delta Z \cdot \frac{d}{dt} \left(\sum_1^n \sum_{i=1}^Z (B_i \cdot Ke_i) \right). \quad (6)$$

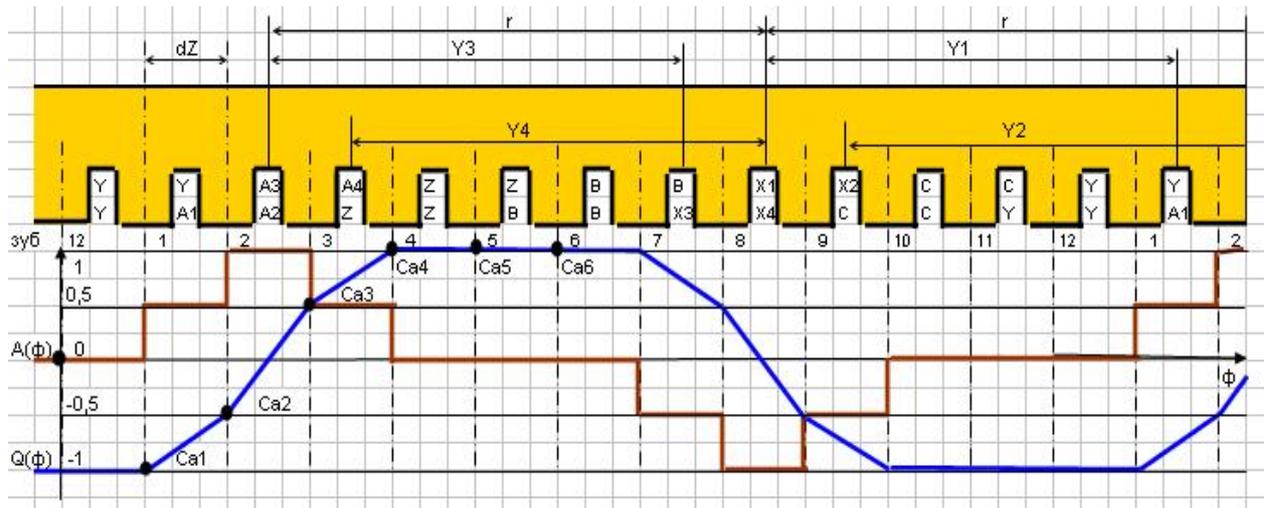


Рис.1. Распределение линейной плотности тока $A(\varphi)$ и пространственной обмоточной функции фазы $A Q(\varphi)$.

Для примера на рис. 1. представлена линейная развертка обмотки вдоль воздушного зазора с указанием раскладки фазных обмоток по пазам и графики линейной плотности токов и пространственной обмоточной функции фазы A для двухслойной, укороченной обмотки, с числом пазов на фазу $q=2$, состоящей из 4 последовательно соединенных катушечных групп. Характеристика обмотки: $Z=12$, $\tau=6$, $y=5$, $\beta=5/6$, $z_p=1$.

В таблице 1. приведены значения коэффициентов K_r , K_m , K_e для этой обмотки. Расчет коэффициентов K_a , K_b и K_c проводится по кривым пространственных обмоточных функции фаз A , B и C .

Коэффициенты K_m , определяющие влияние индукции зубца на момент двигателя, рассчитываются с использованием формул кубической интерполяции. Коэффициенты K_e , вычисляющие потокосцепление обмотки по индукции зубцов, рассчитываются с помощью интеграла Уэддла и формул кубической интерполяции.

Коэффициенты для расчета F , m_r и E

Таблица 1.

J	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
K_{aj}	-1	-0.5	0.5	1	1	1	1	0.5	-0.5	-1	-1	-1
K_{bj}	-0.5	-1	-1	-1	-1	-0.5	0.5	1	1	1	1	0.5
K_{cj}	1	1	1	0.5	-0.5	-1	-1	-1	-1	-0.5	0.5	1
$K_a+K_b+K_c$	-0.5	-0.5	0.5	0.5	-0.5	-0.5	0.5	0.5	-0.5	-0.5	0.5	0.5
K_{maj}	0.1094	0.4063	0.4063	0.1094	-0.0156	0.0156	-0.1094	-0.4063	-0.4063	-0.1094	0.0156	-0.0156
K_{mbj}	-0.4063	-0.1094	0.0156	-0.0156	0.1094	0.4063	0.4063	0.1094	-0.0156	0.0156	-0.1094	-0.4063
K_{mcj}	-0.0156	0.0156	-0.1094	-0.4063	-0.4063	-0.1094	0.0156	-0.0156	0.1094	0.4063	0.4063	0.1094
K_{eaj}	-0.97	-0.4609	0.4609	0.97	1.009	1.009	0.97	0.4609	-0.4609	-0.97	-1.009	-1.009
K_{ebj}	-0.4609	-0.97	-1.009	-1.009	-0.97	-0.4609	0.4609	0.97	1.009	1.009	0.97	0.4609
K_{ecj}	1.009	1.009	0.97	0.4609	-0.4609	-0.97	-1.009	-1.009	-0.97	-0.4609	0.4609	0.97

Анализ коэффициентов показывает, что они имеют полупериод нечетного повторения, равный 6, т.е. $K_j = -K_{j+6}$. Это связано с симметрией МДС по отношению к оси обмотки из-за целого числа пазов на фазу. Поэтому при целых q достаточно проводить расчеты для первых $3q$ зубцов статорной (роторной) обмотки, т.к. в остальных зубцах картина будет инверсной.

3. Структурная схема модели

В соответствии с исходными положениями и уравнениями (1)-(6) разработана структурная схема математической модели трехфазного асинхронного электродвигателя с фазным ротором (рис.2.), позволяющая рассчитывать переходные процессы выделенных переменных электрической машины с учетом насыщения стали и вихревых токов в зубцах статора и ротора. Блоки 4, 9, 13 и 16 на основе системы уравнений (1) рассчитывают трехмерные векторы токов статора и ротора. С помощью блоков 5 и 14 проводится расчет МДС зубцов системы уравнений (2), где $n1$ и $n2$ определяют размерность векторов магнитодвижущих сил. Блоки нелинейности БН 6 и 17 реализуют кривую намагничивания по уравнению (3). Учет влияния вихревых токов по передаточной функции (4) выполнен с помощью блоков 10 и 15. Расчет электромагнитного момента ротора по уравнению (5) проводится с помощью блоков 18 и 19. Расчет векторов потокосцепления и ЭДС обмоток в соответствии с уравнением (6) реализован на блоках 2, 3, 20 и 21. Блоки 11 и 12 описывают поведение угловой скорости и угла поворота в соответствии с системой дифференциальных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} J_r \cdot d\omega / dt &= m_r - m_c \\ d\theta / dt &= \omega \end{aligned} \right\}$$

Входными переменными в модели являются трехмерный вектор напряжения статорной обмотки U_s , момент сопротивления m_c и температура обмоток t . С помощью блока 1, реализующего сопротивление питающей сети, учитывается колебание питающего напряжения при влиянии двигателя на сеть.

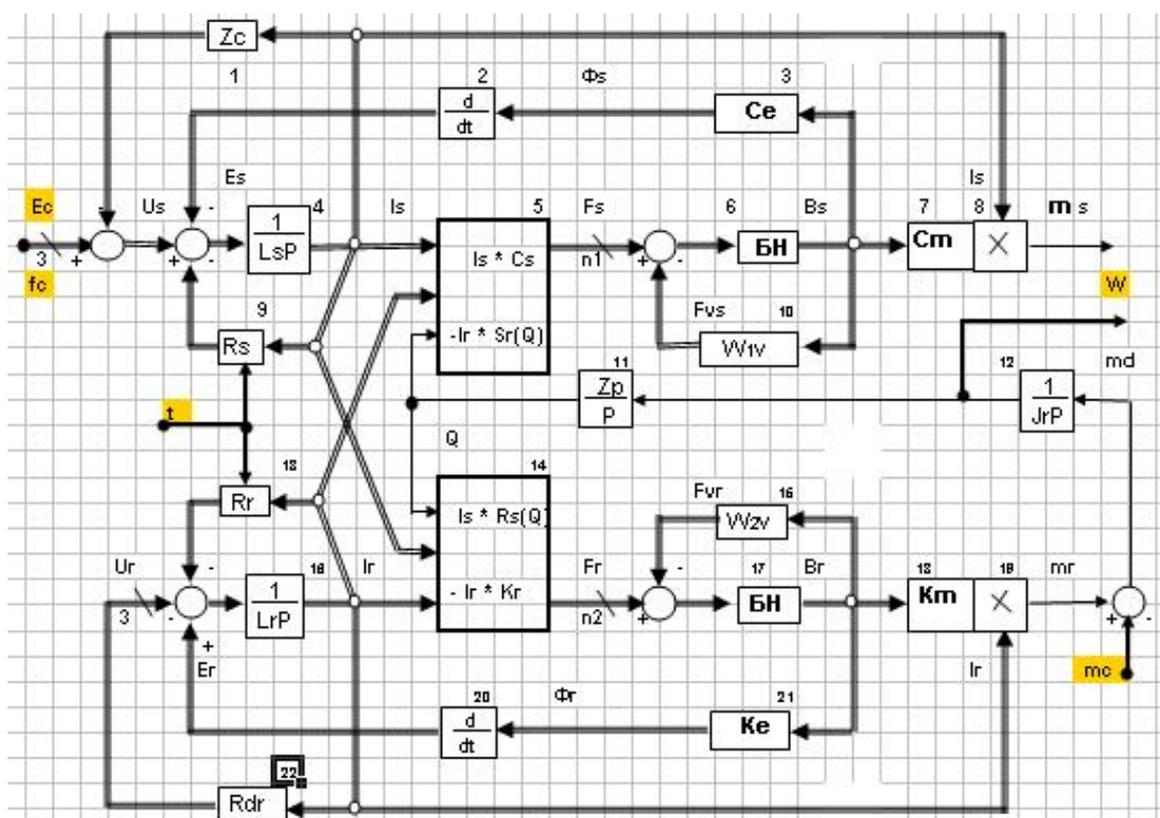


Рис.2. Структурная схема модели асинхронного двигателя с фазным ротором.

4. Результаты моделирования

В соответствии с математической моделью рис.2. в среде программных и инструментальных средств MATLAB 6 разработана программа моделирования ADF96.mdl, позволяющая проводить расчет переходных процессов в электроприводах с асинхронными двигателями с фазным или короткозамкнутым ротором ($R_{dr}=0$) с учетом насыщения и вихревых токов при питании двигателя от сети, преобразователя частоты или устройства

плавного пуска. В программе статорная обмотка выполнена с $q=3$ ($n_1=9$), а роторная с $q=2$ ($n_2=6$).

На рис.3. приведены кривые переходных процессов угловой скорости вращения ω , электромагнитного момента ротора M_r , тока роторной обмотки I_r при прямом пуске электродвигателя МТФ211-6 (ПВ=40 %, $P_n=7,5$ кВт, $n_H=930$ об/мин, $I_n=21$ А, $M_n=77$ Нм) с моментом нагрузки $M_c(\omega) = M_H (0,2 + 0,8 (\omega / \omega_0)^3)$, характерным для вентиляторов. Переходный процесс момента M_r при прямом пуске (рис.3.а.) имеет характерный участок колебаний от начала пуска до $t = 400$ мс, связанный со свободной составляющей переходного процесса. При задержке включения фаз В и С на время 6,66 и 13,33 мс, соответственно, сдвигаются свободные составляющие по фазам и переменная составляющая практически исчезает (рис.3.б.). Реализацию подобного алгоритма легко выполнить с помощью тиристорного коммутатора или устройства плавного пуска.

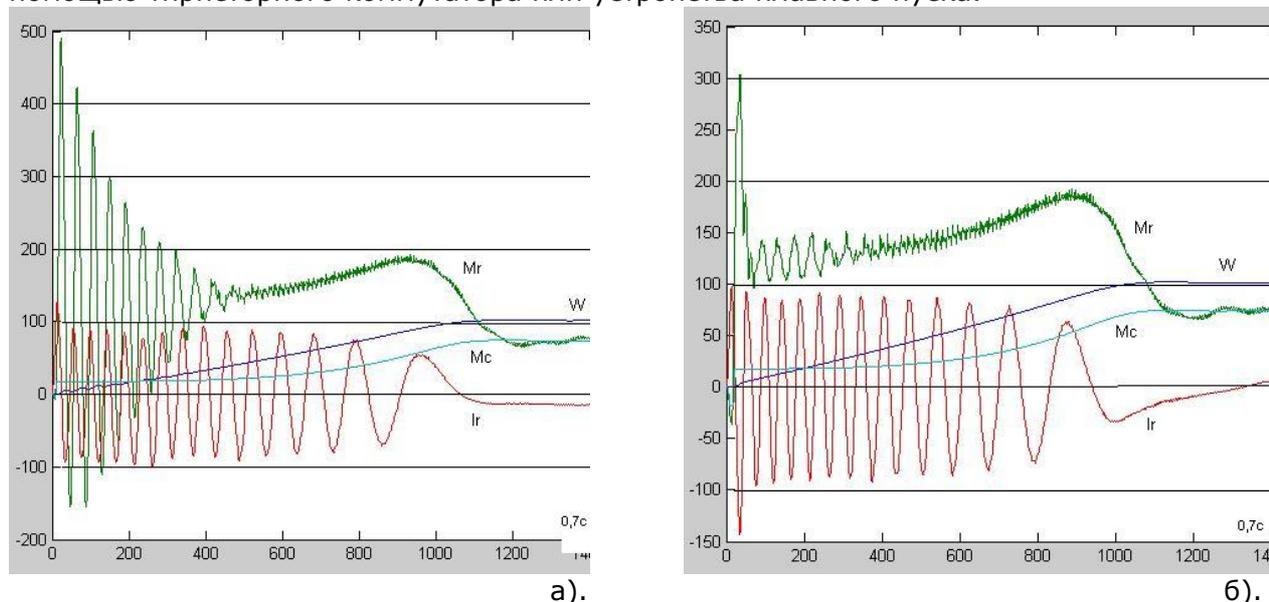


Рис.3. Переходные процессы прямого пуска электродвигателя МТФ211-6

Выводы

1. Разработанная математическая модель асинхронного электродвигателя реализована с помощью программных средств пакета MATLAB 6.
2. Программа моделирования проводит расчет переходных процессов с учетом насыщения и вихревых токов в зубцах статора и ротора.
3. С помощью программы можно проводить исследования систем электропривода при питании двигателя от различных преобразователей и устройств плавного пуска.
4. Программа позволяет проводить пересчет координат двигателя для реализации систем векторного управления.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ключев В.И. Теория электропривода: Учебник для вузов. М.:Энергоатомиздат, 1985. 560 с.
2. Шрейнер Р.Т. Математическое моделирование электроприводов переменного тока с полупроводниковыми преобразователями частоты. Екатеринбург: УРО РАН, 2000. 654 с.
3. Омельченко Е.Я. Характеристики двигателей в электроприводе: Учебное пособие. Магнитогорск: МГТУ, 2004. 120 с.
4. Г.Корн и Т.Корн. Справочник по математике (для научных работников и инженеров). М.:Наука, 1974. 832 с.